OBJECTIONES

Cl. ac R. D. KOC Professoris Philosophiæ in Collegio Regio Nobilium Varsaviensi contra *Methodum demonstrativam perfectè quadrandi circulum* factæ, fidelissimèque hìc relatæ, cum adjectis responsis solidis, quibus eæ refelluntur, quæque judicio Clmorum Geometrarum subjiciuntur. Varsaviæ, & Lipsiæ in officina Gröllianа.

JN præfatione, quam Cl. Censor præmisit refutationi suæ sic vocitatæ, continentur 3 reflexiones sequentes.

Reflexio 1ma. Fundamenta Geometriæ hucusque nota non sufficiunt ad reperiendam perfectam circuli quadraturam. ℟ Circulus verus est major defectivo, qui indagatur per rationem diametri ad peripheriam = 9: 28, & minor excessivo, qui investigatur per 7: 22: hinc etiam segmentum verum debet esse majus defectivo, & minus excessivo; & hoc fundamentum sufficit ad quadrandum circulum, h. e. ad inveniendam aream ejus in mensura quadrata, non autem in numero quadrato, ut multi falsè supponunt. Vid. num. 6tum & 13tium.

Reflexio 2da. Eadem quadratura circuli, quòd sit impossibilis physicè, id nemo adhuc demonstravit; at quòd sit impossibilis moraliter, tot Virorum Matheseos peritissimorum longissimi iique irriti conatus evincunt. ℟ Res plurimæ, quæ à tot seculis Majoribus nostris visæ fuerunt impossibiles, ætate nostra fuère inventæ: ergo hæc reflexio nihil concludit, nisi demonstretur impossibilitas rei inveniendæ.

Reflexio 3tia. Si aliquando quadratura circuli obtinebitur, id certè fiet per numeros tam ingentes, ut in praxi magnam difficultatem sint parituri. ℟ Circulus absolvitur 2bus lunulis æqualibus, & 2bus segmentis itidem inter se æqualibus. Perimeter lunulæ componitur ex 2bus arcubus, altero concavo, convexo altero, quorum uterque per Theorema Hippocratis in lineam rectam abit, etsi nondum constet, in qua ratione prior vel posterior pars perimetri lunulæ sit ad radium: id quod est validissimum argumentum, quòd quadratura circuli non dependeat à sola ratione vera diametri ad peripheriam. Jam vero lunulæ non dant alias fractiones nisi quartas, & quidem tunc tantùm, cum diameter est numerus impar. Non est ergo possibile, ut segmenta, quæ componuntur ex diametro utpote chorda, & uno tantùm arcu lunulæ, exhibeant fractiones tam stupendas, ut peripheria ex divisione areæ circuli per 4tam partem diametri inventa sit hujus 3pla cum fractione adjacente, cujus denominator contineat millionesimas, aut majoris denominationis partes. Finita præfatione Cl. Censor facit 3 annotationes sequentes.

Annotatio 1ma. Ratio diametri ad peripheriam, quam Auctor statuit esse ut 8: 25, est reverà media inter alias 2 ab ipso crebrò citatas, nempe inter 7: 22, & 9: 28, nam summa terminorum utriusque rationis est = 16: 50, hujus autem dimidium 8: 25, ut cuique patet. ℞. Id nemini patet: nam ratio 7: 22 multiplicata per 9, dat æqualem 63: 198; & ratio 9: 28 multiplicata per 7, dat æqualem 63: 196: ergo media earum est 63: 197; non autem 8: 25 = 63: $196\frac{7}{8}$, quæ est paulò minor, quàm 63: 197.

Annotatio 2da. Cum ratio 8: 25 sit media inter rationes 7: 22, & 9: 28; exactè esset illa, de qua est quæstio, si tantundem peccaretur excessu adhibendo 7: 22, quantum erratur per defectum ponendo 9: 28 pro invenienda peripheria circuli. At id nemo hucusque demonstravit, nec Auctor suo modo operandi ampliùs quidpiam effecit, quàm ostendit nobis, quid agant Arithmetici, Geometræ & Astronomi, dum ex regulis suis non possunt invenire aliquam quantitatem justam, sed modo majorem, modo minorem: tunc enim sumunt hanc inter & illam mediam pro vera. ℞. Impossibile est demonstrare, quòd excessus rationis 1mæ 7: 22 supra 2dam 8: 25 sit = defectui 3tiæ 9: 28 à 2da, quia 8: 25 non est media inter alias duas, ut fuit demonstratum. Hinc neutra harum annotationum locum hìc meretur.

Annotatio 3tia. In 1ma definitione Auctoris Methodi demonstrativæ ponitur sequens proportio: latus quadrati interni ita se debet habere ad diametrum circuli, ut 3: 4, quæ undenam nata sit, non ostenditur, quod tamen fieri debuisset, cùm nec per se, nec aliunde sit clara, & evidens. ℞. Definitio nominalis debet solùm recensere notas sufficientes ad cognoscendam rem, cui hoc vel illud nomen tribuitur; sed quadratum internum, seu circulo inscriptum per hanc notam, quod latus ejus sit $\frac{3}{4}$ diametri, à quolibet alio inscripto distingvitur: ergo definitio ejus est legitima. Si itaque diameter est 8 partium, potest circulo, ut postulatum, inscribi quadratum, cujus latus est 6 partium, quod erit ad diametrum, ut 6: 8 = 3: 4 = $\frac{3}{4}$ diametri: id quod fieri non repugnat: ergo &c. Hisce præmissis Cl. Censor accedit ad examen *Methodi demonstrativæ perfectè quadrandi circulum.*

1) Prius approbat Theorema de Lunula Hippocratis pro basi demonstrationis meæ positum, deinde adducens argumenta, quibus demonstro, segmentum X ad lunulam $\frac{1}{4}a^2$ esse = segmento y ad lunulam $\frac{1}{4}b^2$, inquit: & hæc non est mala proportio; sed dat æquationem, in qua continentur 2 incognitæ, quarum neutra aliundè certò determinari potest; quod si valeremus efficere, jam rem totam absolveremus: nam haberetur problema determinatum, cujus facillima esset solutio. Quid verò faciemus, quoniam duas continet incognitas quo ad valorem invicem à se dependentes, qui valor nullo modo aliunde haberi potest pro utraque, quàm prius sciendo, quidnam una designet? ℞. Non ideo problema vocatur indeter-

indeterminatum, quia continet plures, quàm unam quantitatem incognitam; ſed ideo, quia non dantur tot æquationes, quot ſunt incognitæ: quamobrem neceſſariò debet admittere plures ſolutiones. Etſi autem in proportione allata poſſit eliminari y ita: $\frac{a^2}{4} : x = \frac{b^2}{4} : \frac{b^2 x}{a^2}$; problema tamen neque indeterminatum, neque determinatum dici poteſt, quia nulla datur æquatio, quæ nihil aliud eſt, niſi expreſſio ejuſdem quantitatis per 2 valores diverſos, ſed æquales; & hæc eſt ratio, cur hujusmodi problema nequeat reſolvi algebraicè. Importunè igitur Cl. Cenſor oſtentavit hìc ſcientiam ſuam analyticam. Deinde inquit:

2) Confugiemusne ad ſuppoſitiones innixas magnitudini reſpectivæ, (magnitudinem reſpectivam voco rationem ſeu relationem, quam habet una quantitas ad aliam, e. gr. 3:4), & argumentabimur hunc in modum: ex argumentatione ſuperius poſita ſegmenta ſunt proportionalia lunulis ſuis: ergo ſi numeri quomodocunque demum inventi exprimentes ſegmenta & lunulas ſatisfecerint proportioni; detegetur ope illorum ratio ſegmentorum ad lunulas; atqui tales numeri adhibitis pluribus ſeriebus fractionum, tandem ab Auctore Methodi demonſtrativæ ſunt inventi: ergo & ratio ſegmentorum ad lunulas eſt determinata, nempe ut 9: 16. Eſſet iſta argumentatio valida, niſi illam debilem redderent hæc verba: ergo ſi numeri quomodocunque demum inventi &c. per demonſtrationem enim rigidam, quam hoc in loco requirimus, non deducuntur quantitates modo vago & indeterminato, ſed conſecutione certa & evidenti, qualis deductio non eſt, dum ope plurium ſerierum inveniuntur numeri ſuperius adductæ proportioni ſatisfacientes, inter quos deprehenditur ratio ut 9: 16: nam loco illorum (intelligendum eſt iſtorum, qui exprimunt ſegmenta) poſſunt haberi alii dictam proportionem minimè turbantes, ex quibus certè alia eruetur ratio, quàm eſt iſta 9: 16 ℞. Hæc ſunt verba ſolùm, prætereaque nihil: nam ſegmenta vera non tantùm debent eſſe proportionalia lunulis ſuis, quod convenit etiam falſis; ſed requiritur adhuc, ut ſint majora defectivis & minora exceſſivis, utque habeant denominatorem communem 64, qui poteſt etiam eſſe alius, dummodo ſit diviſibilis per 16, ſi diameter eſt numerus par; ſi hæc verò eſt numerus impar, debet denominator eſſe diviſibilis per 64. Ratio hujus patet ex ſequentibus: poſitis lunulis 16 & 1 reſpondentibus diametris 8 & 2, quæ ſunt numeri pares, valet analogia: Lunula 16 ad ſegmentum x = lunulæ 1 ad ſegmentum $\frac{1}{16}$x. Deinde poſitis lunulis $\frac{1}{4}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{25}{4}$ &c. reſpondentibus diametris 1, 3, 5, quæ ſunt numeri impares, habetur proportio $16 : x = \frac{1}{4} : \frac{1}{64}x$: nam factum mediorum eſt $\frac{1}{4}$x, quod diviſum per terminum primum 16 exhibet 4tum $\frac{1}{64}$x. Tandem ſi $\frac{1}{16}$x & $\frac{1}{64}$x multiplicentur per numerum quemcunque; prodibunt fractiones æquivalentes. Ergo &c. obſervatis hisce 3bus requiſitis, quæ in *Methodo demonſtrativa* clariſſimè exponuntur, eruuntur ex ſeriebus terminorum per æqualitatem exponentium

ſegmenta vera, quæ conſtanter ſunt ad lunulas ſuas ut 9: 16 $= \frac{9}{16}$ Lunularum: hinc objectio præcedens eſt nulla. Deinde Cl. Cenſor proſequitur.

3.) Clarius forſitan aſſertionis noſtræ veritas patebit, ſi per exempla ab ipſo Auctore data demonſtrationem ſuam falſam oſtenderimus. Per rationem 8: 25, quam Auctor habet pro vera, reperit areas ſemicirculorum, quorum diametri erant 6. 5. 2. 1, & inde ſegmenta deduxit, quæ exhibet tabula 1ma; ego verò per rationem 7: 22 juſtò majorem eadem determinavi, ut habentur in tabula 2da. ℞. Nulla cauſa aderat quærendi prius per rationem 8: 25 areas ſemicirculorum, & deducendi deinde ex iis ſegmenta mea, ſiquidem hæc formatis 2bus ſeriebus terminorum illico non fortuitò, ſed conſtanter geometricè determinantur; cujus veritatem Cl. Cenſor ipſemet experiretur, ſi juxta 3 requiſita obſervatis obſervandis operaretur. Adjectis 2bus tabulis memoratis Cl. Cenſor ait porro:

4.) Ex tabulis appoſitis ſi accipiantur ſegmenta, & lunulæ correſpondentes, ac diſponantur ordine debito; videbit Auctor ſegmenta & mea, & ſua proportionalia lunulis, tamen ſi voluerit hæc inter & illas adinvenire rationem ſecundùm meum calculum, non habebit eandem, ac ſecundùm ſuum. Quòd autem ſegmenta à me inventa, ut ponuntur in tabula 2da, ſint proportionalia lunulis, facilè quisque videt: nam in proportionibus ſequentibus facta extremorum æquantur factis mediorum. En illa. ℞. Non erat opus 2bus tabulis, & demonſtratione tam longa, quia ſegmenta omnium circulorum per quamcunque rationem diametri ad peripheriam inventorum ſunt lunulis ſuis proportionalia: nam poſita diametro $= a$, & ratione ejus ad peripheriam $= 1: p$, reperitur ſegmentum $\frac{1}{8} a^2 p - \frac{1}{4} a^2 = \frac{1}{2} a^2 . (\frac{1}{2} p - 1.)$ Eſt itaque $\frac{1}{2} p - 1$ exponens rationis ſegmentorum ad lunulas, quemadmodum p eſt exponens rationis diametri ad peripheriam. Poſita hac itaque $= 7: 22$, erit $p = \frac{22}{7}$, & $\frac{1}{2} p - 1 = \frac{11}{7} - \frac{7}{7} = \frac{4}{7}$: ergo omnia ſegmenta exceſſiva ſunt ad lunulas ſuas ut 4: 7. Sit porro ratio diametri ad peripheriam $= 9: 28$, erit $p = \frac{28}{9}$ & $\frac{1}{2} p - 1 = \frac{14}{9} - \frac{9}{9} = \frac{5}{9}$: ergo omnia ſegmenta defectiva ſunt ad lunulas ſuas ut 5: 9; ex quo manifeſtum eſt ſegmenta cujuscunque ſpeciei lunulis ſuis eſſe proportionalia, ſed non eſſe vera, quia non fuerunt juxta requiſita neceſſaria demonſtrativè inventa. Deinde Cl. Cenſor proſequitur:

5.) Ratio autem ſegmentorum ad lunulas miro omnium exemplorum conſenſu obtinetur 4: 7, quæ utique non eſt vera, niſi approximatè: idem dicendum eſt etiam de ratione ab Auctore inventa 9: 16. Fruſtra igitur aſſerit repertam à ſe rationem veram inter ſegmenta & lunulas præfato demonſtrandi modo, quoniam per eundem pari deductione concluditur alia videlicet 4: 7, quæ manifeſtè non eſt vera in hoc ſenſu, quem hìc requirimus. ℞. Approximatio locum habet tantùm in iis quantitatibus, de quibus demonſtrari nequit, exceſſum 1mæ ſupra 2dam eſſe = exceſſui 2dæ ſupra 3tiam, in quantitatibus, inquam, quarum 3tia pluribus

ribus partibus, quàm 2bus differt à 1ma: tunc enim semisumma earum dat quantitatem non omnino veram, sed solùm approximatè: ut si quis dicat se habere summam pecuniæ majorem, quàm 100 thalerorum, & minorem quàm 106; dabit semisumma 103 summam quæsitam tantùm approximatè: nam ea potest etiam esse 101. 102. 104 & 105. Si quis verò dixerit se habere pauciores quàm 100, & plures quàm 98 thaleros; evidens est, summam quæsitam esse 99, neque approximationem hìc dari. Idem dicendum est de segmentis veris, e. gr. segmentum defectivum respondens diametro 2 est $\frac{5}{9}$ & excessivum $\frac{4}{7}$, quorum prius conversum in fractionem æquipollentem, cujus denominator est 64, facit $\frac{35}{64} + \frac{5}{9}$ de $\frac{1}{64}$, & posterius $\frac{36}{64} + \frac{4}{7}$ de $\frac{1}{64}$. Cùm itaque segmentum verum debeat habere denominatorem 64, & esse majus defectivo atque minus excessivo; nequit id esse aliud nisi $\frac{36}{64} = \frac{9}{16}$. Assumto autem denominatore 16, patebit ex calculo fractionem $\frac{10}{16}$ esse majorem segmento excessivo, & $\frac{8}{16}$ minorem defectivo: ergo $\frac{9}{16}$ necessariò esse debet verum: Est deinde in inveniendis segmentis excessivis & veris disparitas maxima: nam ratio priorum falsa 4: 7 eruitur ex ea, quam diameter 7 habet ad peripheriam falsam 22; sed ratio 9: 16 reperitur independenter à ratione diametri ad peripheriam & quidem demonstrativè, nec non variis modis. Cl. Censor porro inquit:

6.) Absque ulla dubitatione id assero, quod sine longis ambagibus hæc omnia concludi potuissent, quæ in scripto Methodus demonstrativa continentur per rationem 8: 25, quam si Auctor hoc vel præcedenti scripto demonstrasset veram exactè, jam nihil amplius ab ipso postularemus. Nonne demonstravit adhibendo multas series fractionum inter segmenta excessiva & defectiva intermediarum, ope quarum conclusit quantitates suppeditantes rationem segmentorum ad lunulas ut 9: 16, qua habita facilè utique infertur, diametrum ad peripheriam esse ut 8: 25? minimè: nam hæc ratio, quam adinvenit inter segmenta & lunulas, non est deducta per consecutiones certas & evidentes, ut patuit ex dictis superiùs; sed per suppositiones vagas intra quosdam limites, adeoque tam certò determinata est, quàm rectè & sine omni dubio nulla admissa suppositione potest solvi hoc problema &c. ℞. Interrogationes & responsiones, quibus Cl. Censor passim utitur, amplificant quidem argumenta ejus; sed ad eorum valorem nihil contribuunt; neque opus erat provocare ad superiùs dicta, siquidem hactenus vidimus, nihil ibi reperiri, quod demonstrationes meas infringere possit. Nulla segmenta continentur in *Methodo demonstrativa* inventa per rationem 8: 25, ut jam dixi numero 3tio; ambages verò, quæ ibi esse videntur, possunt ab iis evitari, qui scientificè callent arithmeticam, quærendo segmenta excessiva illico per rationem eorum ad lunulas $=$ 4: 7, & defectiva per 5: 9. Lunulæ excessivæ sine ulla ambage reperiuntur per rationem earum ad quadrata diametrorum $=$ 113: 448; defectivæ autem per 143: 576. Deinde loco denominatorum

natorum 48, 624, & 1280 Theorematis 2di potest adhiberi denominator 64 omnibus seriebus communis. Hac ratione habebitur calculi compendium. Ne tamen prædictum Theorema in posterum esse videatur tam intricatum; mutabo illud in problema clarissimè expositum, & geometricè demonstratum. Uno verbo: edam opusculum novum cum paragraphis, & citationibus eorum, atque 10 propositionibus, ex quibus hìc in antecessum adduco duas simplicissimas, & naturæ circulorum maximè accomodatas, ut inde eluceat veritas eorum, quæ in Methodo demonstrativa continentur.

Problema 1mum. Ex segmentis defectivo & excessivo invenire verum. *Resolutio.* Numerator segmenti defectivi addatur numeratori excessivi, item denominator prioris denominatori posterioris. Dico fractionem novam inde emergentem esse segmentum verum. e. gr. segmentum defectivum respondens diametro 6 utpote numero pari est $\frac{45}{9}$, & excessivum $\frac{36}{7}$: ergo verum est $\frac{81}{16}$. Porro segmentum defectivum respondens diametro 3 utpote numero impari est $\frac{45}{36}$, & excessivum $\frac{36}{28}$. ergo verum est $\frac{81}{64}$.

Demonstratio. Segmentum defectivum respondens diametro 4 punctorum simplicium est $\frac{20}{9}$ puncti quadrati $= 2\frac{2}{9}$, & excessivum $\frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$. Subducta ab utroque eadem quantitate, nempe numero integro 2, relinquuntur fractiones $\frac{2}{9}$ & $\frac{2}{7}$. Quoniam itaque puncto quadrato diviso in 9 particulas æquales, 2 earum constituunt quantitatem addendam numero integro 2 pro obtinendo segmento vero, justò minorem, quia iterum prodiret segmentum defectivum; diviso autem eo in 7, 2 eorum reddunt eandem justò majorem; quia denuo emergeret segmentum excessivum; nequit punctum concipi aliter divisum, nisi in 8 particulas, quarum 2 quantitatem addendam necessariò præbere debent justam, siquidem $\frac{2}{8}$ sunt aliquantò minores, quàm $\frac{2}{7}$, & paulò majores, quàm $\frac{2}{9}$. Est igitur segmentum verum $2\frac{2}{8} = 2\frac{4}{16} = \frac{36}{16} = \frac{20+16}{9+7}$; sed 20 atque 16 sunt numeratores, & 9 atque 7 sunt denominatores segmentorum defectivi $\frac{20}{9}$, & excessivi $\frac{16}{7}$ respondentium diametro 4. Ergo ob similitudinem quodlibet segmentum verum reperitur, addendo numeratori defectivi numeratorem excessivi, & denominatori defectivi denominatorem excessivi. Ratio hujus miræ additionis est sequens: segmentum excessivum $\frac{16}{7}$ reducitur ad minus $\frac{16}{8}$, & defectivum $\frac{20}{9}$ ad majus $\frac{20}{8}$. Quoniam verò fractio $\frac{16}{8}$ deficit à segmento vero $\frac{18}{8}$ 2bus 8vis, & $\frac{20}{8}$ excedit segmentum verum 2bus 8vis; necesse est $\frac{16}{8}$ & $\frac{20}{8}$ addere in unam summam, ut prodeat fractio $\frac{36}{8}$, cujus semisumma $\frac{36}{16}$ dat segmentum verum. Cùm porro denominatores 7 & 9 contineantur in denominatoribus 28, & 36 quater; necesse est etiam 8 sumere quater, ut prodeat loco 28 & 36 denominator 32. Sic segmentum excessiv. $\frac{36}{28}$ reducitur ad minus $\frac{36}{32}$, & defectivum $\frac{45}{36}$ ad majus $\frac{45}{32}$: summa harum fractionum facit $\frac{81}{32}$, quarum semisumma $\frac{81}{64}$ dat segmentum verum respondens diametro 3 non approximatè, sed exactè, quia excessus,

ut patet

ut patet ex demonstratione problematis, est $=$ defectui. Quòd verò per hanc additionem semper debeant prodire numeri quadrati, constabit ex sequentibus. Numerator segmenti excessivi est numerus quadratus ortus ex lunula quacunque $\frac{1}{4}a^2.4 = \frac{4}{4}a^2 = a^2$, qui se habet ad numeratorem segmenti defect. ut 4: 5: hinc valet analogia: $4 : 5 = a^2 : \frac{5}{4}a^2$. Si ergo numeratori segmenti excess. $a^2 = \frac{4}{4}a^2$ additur numerator defectivi $\frac{5}{4}a^2$, prodit summa quadrata $\frac{9}{4}a^2$. Denominatores verò 7 & 9 additi constituunt numerum quadratum 16, sicut 28 & 36 exhibent quadratum 64. Ergo &c.

Problema 2dum. Ex segmento excessivo invenire verum. *Resolutio 1mo.* Tam numerator, quàm denominator communis 7 segmenti excessivi multiplicetur per 9. *2do.* denominator novus 63 inde ortus mutetur in 64. Dico factum. e. gr. segmentum excessivum $\frac{1}{7}.\frac{9}{9}$ est $= \frac{9}{63}$, & addendo denominatori 63 1 prodit fractio $\frac{9}{63+1} = \frac{9}{64}$ utpote segmentum verum respondens diametro $=$ 1.

Demonstratio. Reductis segmentis excessivo $\frac{4}{7}$ & defectivo $\frac{5}{9}$ semicirculi, cujus diameter est 2 punctorum, ad eandem denominationem, prodeunt fractiones illis æquivalentes $\frac{36}{63}$ & $\frac{35}{63}$. Cùm autem puncto quadrato diviso in 63 particulas, 36 earum sint justò majores, & 35 justò minores; necesse est pro obtinendo segmento vero fractioni priori adimere, vel posteriori addere aliquid; subtrahendo verò à priore $\frac{1}{63}$ particulam emergit iternm posterior, & addendo huic $\frac{1}{63}$ particulam prodit denuo prior. Quare punctum quadratum in plures, quàm 63 particulas concipi debet divisum. Jam verò fractio $\frac{36}{65}$ est minor segmento defectivo $\frac{35}{63}$: ergo segmentum verum necessariò esse debet non $\frac{36}{63}$, nec $\frac{36}{65}$ sed $\frac{36}{64}$; est autem $\frac{36}{64} = \frac{4}{7}.\frac{9}{9} = \frac{36}{63+1}$. Ergo ob similitudinem quodlibet segmentum verum reperitur multiplicando tam numeratorem, quàm denominatorem communem 7 segmen. excessiv. per 9, & mutando deinde denominatorem novum 63 inde ortum in 64.

Ex his 2bus problematibus patet *1mo.* Fundamentum in annotatione 1ma expositum sufficere. *2do.* determinato segmento uno reliqua omnia determinari. *3tio.* omnia segmenta esse numeros quadratos, quorum ratio ad lunulas est ut 9: 16. *4to.* denominatorem segmentorum respondentium diametris, quæ sunt numeri impares, non posse esse minorem, quàm 64. *5to.* denominatorem segmentorum respondentium diametris, quæ sunt numeri pares, generatim loquendo non posse esse minorem quàm 16. *6to.* denominatorem omnium & singulorum sine ulla exceptione esse posse 64. *7mo.* tam denominatorem 16 quàm 64 reddi posse majorem ad libitum, multiplicando quemlibet per numerum quemcunque. Audiamus nunc problema ingeniosissimum Cl. Censoris:

7.) Possidet quispiam duplò majorem summam, quàm alter, (en magnitudinem respectivam); at hæc summa parum superat 80000 (en segmentum excessivum) & non excedit seu deficit ab 81000 (en defectivum)

vum). Hoc problema videtur exactè habere easdem conditiones, quibus præditum est Auctoris. Utatur ergo quotcunque seriebus fractionum, seu verarum, seu spuriarum ad determinandum 3tium terminum, à quo magnitudo absoluta pendet 4ti, & inventio numerorum exprimentium rationem. Videbit profectò, quòd non incidet in summam eo tempore, quo hæc scripsi, assignatam, aut si inciderit, non fiet hoc per consecutiones certas, & evidentes, sed fortuitò, & ex suppositionibus vagis, quod certè non est resolvere demonstrando, sed tentando, & divinando. ℞ Quòd hoc problema nullam habeat similitudinem cum meis segmentis, patebit ex sequenti, quod ipsi oppono. Cum 4 socii itineris interrogarentur, num ad lustrandas regiones exteras sufficientibus nummis essent instructi; respondit 1mus A (lunula 1ma) se habere 624 thaleros, & 2dus B (lunula 2da) 320; 3tius C (segmentum verum 1mum) significavit se habere plures quàm 346 (segmentum defectivum) & pauciores, quàm 357 (segmentum excessivum). Tandem 4tus D (segmentum verum 2dum) dixit se esse præditum pluribus quàm 177. (segmentum defectivum) & paucioribus quàm 183 (segmentum excessivum). Fuit autem ratio summæ A (lunulæ 1mæ) ad summam C (segmentum verum primum) = rationi summæ B (lunulæ 2dæ) ad summam D (segmentum verum 2dum) Q. summa C & D, h. e. segmentum verum utrumque. ℞. C est 351 & D 180.

Resolutio & Demonstratio. Comparando summam A utpote antecedentem communem cum numeris inter limites 346 & 357 intermediis utpote consequentibus, oriuntur 10 rationes, quarum antecedens communis divisus successivè per hos consequentes exhibet fractiones sequentes $\frac{624}{347}$ $\frac{624}{348}$ $\frac{624}{349}$ $\frac{624}{350}$ $\frac{624}{351}$ $\frac{624}{352}$ $\frac{624}{353}$ $\frac{624}{354}$ $\frac{624}{355}$ $\frac{624}{356}$. Reducendo deinde has fractiones ad terminos minimos, quod fit dividendo tam numeratorem communem, quàm denominatores omnes per mensuram communem maximam 39, prodeunt exponentes $\frac{16}{8\frac{35}{39}}$ $\frac{16}{8\frac{36}{39}}$ $\frac{16}{8\frac{37}{39}}$ $\frac{16}{8\frac{38}{39}}$ $\frac{16}{9}$ $\frac{16}{9\frac{1}{39}}$ $\frac{16}{9\frac{2}{39}}$ $\frac{16}{9\frac{3}{39}}$ $\frac{16}{9\frac{4}{39}}$ $\frac{16}{9\frac{5}{39}}$ Conferendo porro summam B cum numeris inter terminos 177, & 183 intermediis prodeunt 5 rationes seu fractiones nempe: $\frac{320}{178}$ $\frac{320}{179}$ $\frac{320}{180}$ $\frac{320}{181}$ $\frac{320}{182}$. Reducendo has fractiones ad terminos minimos per mensuram communem maximam 20, reperiuntur exponentes $\frac{16}{8\frac{18}{20}}$ $\frac{15}{8\frac{19}{20}}$ $\frac{16}{9}$ $\frac{16}{9\frac{1}{20}}$ $\frac{16}{9\frac{2}{20}}$. Quoniam itaque exponens rationis 5tæ seriei 1mæ est $\frac{16}{9}$, & exponens rationis 3tiæ seriei 2dæ itidem $\frac{16}{9}$; evidens est rationes his exponentibus respondentes, nempe 624: 351, & 320: 180 esse =: consequenter 3tius C habuit 351 thaleros, & 4tus D 180. Ex æqualitate horum exponentium porro cognoscitur, rationem A:B = B:D esse ut 16: 9. Si summis inventis subscribantur denominatores 624, & 1280, prodibunt segmenta vera respondentia lunulis = 1 & $\frac{1}{4}$, ut patet ex Methodo demonstrativa. Cl. Censor porro inquit:

8.) Cetera, quæ huic demonſtrationi quoad ſpeciem veræ ſubnectuntur, tantundem in ſe continent veritatis, quantum ipſa demonſtratio ab ea non recedit, h. e. vera ſunt per approximationem aliquam mediam inter prius inventas, non autem in eo rigore, quem perfecta quadrarura circuli requirit. ℞. Cardo rei ſitus eſt in ſegmento vero, quo 2plicato & addito ad lunulam pariter 2plicatam prodit quadratura circuli; vel etiam ita: Exponens $\frac{1}{2}$ p — 1 ſegmentorum verorum eſt = $\frac{9}{16}$, ut hìc, & in *Methodo* fuit demonſtratum, & in poſterum adhuc rigoroſiùs demonſtrabitur; 1 verò eſt = $\frac{16}{16}$, quæ fractio addita priori dat $\frac{1}{2}$ p = $\frac{25}{16}$, cujus 2plum $\frac{25}{8}$ dat exponentem p rationis diametri ad peripheriam, ope cujus facilè quadratur circulus, non tamen in eo rigore, quem exigit Cl. Cenſor, ut conſtabit ex numero 13tio. Cl. Cenſor proſequitur.

9.) Ipſe Auctor non diffitetur plures fractiones poſſe aſſignari, quæ cum numero integro efficiant quadratum, & dent valorem ſegmentorum. At præter hanc notam ſegmentis arbitrariè attributam, quòd debeant eſſe numeri quadrati, iterum redit ad hanc propoſitionem, tanquam immotum fundamentum, quòd peripheria ſit 3pla diametri cum $\frac{1}{8}$ ejuſdem, (quæ jam alibi confutata eſt). ℞. Ex numero 6to hujus ſcripti manifeſtum eſt, ſegmenta vera eſſe numeros quadratos, etſi ratio diametri ad peripheriam ſit adhuc incognita: hinc injuſtè incuſor ad propoſitionem memoratam iterum rediiſſe; ſed videamus, quomodo hæc alibi ſit confutata.

10.) Cl. Cenſor inquit ibi: quod peripheria ſit 3pla diametri cum minori quàm $\frac{1}{7}$, & majori quàm $\frac{1}{9}$ parte ejuſdem, adeoque tripla cum $\frac{1}{8}$, hoc plenis buccis negandum erat: nam hæc concluſio haberi nequit, niſi prius demonſtretur, vel quòd, ſi peripheria ſumatur 3pla diametri cum $\frac{1}{7}$, peccetur per exceſſum $\frac{1}{56}$: nam $\frac{1}{7} - \frac{1}{56} = \frac{1}{8}$. Vel, quòd, ſi accipiatur cum $\frac{1}{9}$, tunc erretur per defectum $\frac{1}{72}$: nam $\frac{1}{9} + \frac{1}{72} = \frac{1}{8}$, ut cuique patebit, ſi fractiones reducantur ad eundem denominatorem, & in 1mo caſu fiat ſubtractio, in altero additio. Nihil horum præſtitit Auctor vel alibi, vel in eo loco, ubi appoſuit Theorema: Peripheria eſt 3pla diametri cum $\frac{1}{8}$. ℞. Hæc non eſt refutatio, ſed ſimplex negatio, per quam tamen Cl. Cenſor apertè ſibi contradicit: nam in annotatione 2da exigit, ut demonſtrem exceſſum rationis 1mæ ſupra 2dam eſſe = defectui 3tiæ à 2da; hìc vero poſtulat, ut demonſtretur, quòd exceſſus ſit $\frac{1}{56}$ & defectus $\frac{1}{72}$, h. e. quòd ratio 8: 25 excedatur à 1ma 7: 22 $\frac{9}{504}$, & excedat 3tiam 9:28, $\frac{7}{504}$ particulis. Quod verò Theorema ſimpliciſſimum à Cl. Cenſore negatum ſit veriſſimum, evidens eſt ex numero 8vo. Ceteras digreſſiones, & amplificationes utpote nihil ad rem noſtram conferentes ſilentio prætermitto, ne abutar patientiâ Lectoris eruditi, qui hìc habet refutationem totam *Methodi demonſtrativæ* ſic vocitatam, ut de valore ejus ſententiam ſuam ferre queat: conſultum tamen duco adjicere adhuc aliquas objectiones, quas Cl. Cenſor in reſponſis ſuis ad me datis formare non dubitavit, qui

 11.)

11.) In ſcripto ſuo 3tio p. 6. inquit: Etiamſi ratio diametri ad peripheriam non eſſet falſa, quam Auctor determinavit ut 8: 25; non ſequeretur tamen, quòd ſegmenta vera deberent eſſe numeri quadrati. ℞. Poſita diametro $= a$, & ratione ejus ad peripheriam $= 8: 25$, erit peripheria ipſa $\frac{25}{8}a$: conſequenter ſemicirculus $= \frac{1}{8}a. \frac{25}{8}a = \frac{25}{64}a^2$, à quo lunula $\frac{1}{4}a^2 = \frac{16}{64}a^2$ ſubtracta relinquit ſegmentum $\frac{9}{64}a^2$; ex quo manifeſtum eſt Cl. Cenſorem erraſſe.

12.) Sed Cl. Cenſor adducit rationem, quod ſegmenta vera ideo nequeant eſſe numeri quadrati, quia, ſi à dimidiis quadratorum perfectorum (nempe ſemicirculis) ſubtrahantur quadrata perfecta (nempe lunulæ) iis proportionalia; reſidua non deprehenduntur quadrata. e. g. $4: 36 = 100: 900$, & $4: \frac{36}{2} = 18$, ut $100: \frac{900}{2} = 450$, & tandem $18 - 4 = 14$, & $450 - 100 = 350$; ergo &c. ℞. Etſi exemplum hoc ſit verum; mille alia tamen oſtendunt propoſitionem ipſam non eſſe veram. e. gr. $9: 36 = 16: 64$, & $9: \frac{36}{2} = 18$, ut $16: \frac{64}{2} = 32$, ac tandem $18 - 9 = 9$, & $32 - 16 = 16$; ex quo palam eſt reſidua 9 & 16 eſſe quadrata perfecta. Sit porro quadratum perfectum $= a^2$, erit ejus dimidium $\frac{1}{2}a^2 = \frac{2}{4}a^2$, à quo ſubtracto quadrato $\frac{1}{4}a^2$, remanet quadratum perfectum $\frac{1}{4}a^2$; ex quo ſequitur Theorema: *Si à dimidiis quadratorum perfectorum ſubtrahantur quadrata perfecta, quæ ſunt ad quadrata priora ut* 1: 4; *reſidua ſunt ſemper quadrata.* Si hoc modo Cl. Cenſor inveſtigaſſet ſuam propoſitionem; obſervaſſet diſcrimen, quod intercedit inter propoſitionem univerſalem, & particularem.

13.) Cl. Cenſor vocat ſemicirculos dimidia quadratorum perfectorum, quia circuli integri perfectè quadrati debent juxta mentem ejus eſſe etiam numeri quadrati. ℞. *Quadratura figurarum* h. e. dimenſio ſuperficierum fit, cum ſuperficies quadrata determinatæ magnitudinis cum majore area comparatur, & quoties hæc illam capiat, definitur. *Vid. Cl. Weidlerum p.* 136. §. 157. Hinc *quadrare triangulum* perinde eſt, ac invenire aream ejus in menſura quadrata, non autem in numero quadrato, niſi aliquando per accidens, ut ſi baſis fuerit 8 & altitudo 4, erit area ejus 16. Sed circulus æquatur triangulo, cujus baſis eſt = &c: ergo *quadrare circulum*, eſt multiplicare dimidium radium per totam peripheriam; vel contra, ut prodeat area ejus in menſura quadrata. Sic poſita diametro $= a$, & peripheria $= \frac{25}{8}a$ erit area circuli $= \frac{1}{4}a. \frac{25}{8}a = \frac{25}{32}a^2$; ex quo patet nullum circulum, cujus diameter eſt rationalis, eſſe poſſe numerum quadratum. Hinc non miror, quòd Cl. Cenſor de perfecta quadratura ejus nequeat æquum ferre judicium.

14.) Cl. Cenſor dicit ibidem: Notæ rerum eſſentiales nullam mutationem ſubire poſſunt, quin res ipſæ deſtruantur; hæc verò nota ſegmenta vera debent eſſe numeri quadrati in ſegmentis ab Auctore repertis, multis modis variari poteſt ſalvo eorum valore, & ceteris proprietatibus ex natura quæſtionis determinatis, ut quòd ſint media inter ex-

ceſſiva

cessiva & defectiva, proportionalia suis lunulis & quadratis diametrorum: nam quoscunque numeros sive sint integri, sive fracti, possumus revocare ad alios aequales per operationes in Arithmetica, & Algebra notas, qui, etsi semper eundem valorem retinuerint, non semper tamen erunt quadrati. ℟. Hujusmodi reflexio locum quidem habet in scientia naturali; sed hic nullam attentionem meretur: nam per Theorema II. *Methodi* solùm demonstrare volui, non aliam rationem segmentorum ad lunulas suas posse assignari, nisi 9: 16 assumto denominatore fractionum quocunque, dummodo sit divisibilis per 16; aut 64, prout diameter est numerus par, vel impar; & eo ipso segmenta vera debent esse numeri quadrati: id quod palam fiet ex sequentibus: 1*mo*. Quoniam exponens hujus rationis est $\frac{9}{16}$; erit segmentum verum $= \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{4} a^2 = \frac{9}{64} a^2$; sed hic numerus est quadratus: ergo &c. 2*do*. Ex eodem exponente deducitur per numerum 8vum diameter ad peripheriam ut 8: 25: hinc semicirculus est $= \frac{25}{64} a^2$, & segmentum $= \frac{25}{64} a^2 - \frac{16}{64} a^2 = \frac{9}{64} a^2$: ergo &c. 3*tio*. Posita ratione segmenti ad lunulam = 9: 16, circulus est vi Theorematis III. *Methodi* medius arithmeticè proportionalis inter quadratum circumscriptum $= a^2$, & inscriptum $= b^2$: ergo circulus est $= \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2$ & semicirculus $= \frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} b^2$: consequenter segmentum $= \frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} b^2 - \frac{1}{4} a^2 = \frac{1}{4} b^2$; sed $\frac{1}{4} b^2$ est numerus quadratus: ergo &c. Quoniam igitur argumenta Cl. Censoris rationem 9: 16 ne infirmare quidem, nedum evertere queunt; evidens est segmenta vera esse numeros quadratos, quorum radix est ad radium circuli, in quo existunt ut 3: 4. Deinde ex utroque problemate numeri 6ti palam est, ut alibi jam innui, segmenta prodire in numeris quadratis, etsi neutra ratio, nempe segmentorum ad lunulas, & diametri ad peripheriam sit cognita. Tandem Cl. Censor refutationem suam sic dictam hisce verbis concludit:

15.) En Vir Cl. censuram Methodi demonstrativae, quam tuis in scriptis ab aliquo dandam optabas enixè. Quidquid scripsi, amore veritatis ductus scripsi. Tuli judicium de tuo opere non in verbis; sed in momentis rationum fundatum; & in eo ferendo tantò me circumspectiorem fuisse profiteor, quantò certius speravi, non solùm à Te, sed etiam ab aliis majori eruditione, quàm ego pollentibus examinandum fore &c. ℟. Num hujusmodi dicta veritati sint consentanea, necne, id committo judicio & trutinae Virorum Matheseos peritorum, aequitatisque amantium, qui has objectiones fidelissimè relatas cum responsis meis conferent. Ceterum Cl. Censor potest esse persvasus, quòd adeò ipsum amem, colam, & verear, ut, si propositum praemium per conscientiam ei adjudicare licuerit, futurus sim 1mus, qui fungar officio ei gratulandi.

Praeter Cl. Professorem Koc nactus sum adhuc alium Antagonistam, qui me ita oppugnat.

Methodus demonstrativa perfectè quadrandi circulum à Dno Vice-Colonello Eugenio Corsonich Anno 1775 Varsaviae edita. Et à Joanne Prochaska Parocho Osvietimanii in Moravia Anno 1776 refutata.

Refutatio. Titulus hic à Dno Authore (quem ignotus competenti titulo revereor) suo scripto præfixus indebitè usurpatur. *Demonstratio.* Numerus perfectè quadratus alteri æquali perfectè quadrato additus, nunquam dat summam seu numerum perfectè quadratum, ut experientia patet; sed semicirculus à D. Auth. pro quadrando assumptus est juxta Coroll. I. Theor. 2di numerus perfectè quadratus: ergo semicirculus juxta Methodum D. Authoris perfectè quadratus alteri semicirculo æquali additus, nunquam dat circulum perfectè quadratum: ergo Methodus Dni Authoris non est Methodus demonstrativa perfectè quadrandi circulum. Ergo &c. ℞. Etsi quadrata quæcunque æqualia $a^2 + a^2$ dent summam $2a^2$, quæ non est quadrata; nihil tamen inde contra *Methodum præfatam* inferri potest, siquidem est magnum discrimen inter numerum perfectè quadratum, & circulum perfectè quadratum, ut apparet ex n. 13.

Definitio I. Per quadratum internum intelligo illud &c. Refutatio. Definitio hæc ut definitio nullatenus subsistere potest. 1mo quia noviter sine fundamento & necessitate contra definitionem 3tiam 4ti Euclid. est excogitata. 2do quia definitio tantùm essentiam rei definitæ, & non partes proprietales, & alia impertinentia circumscribere debet. 3tio quia totus literatus orbis hucusque, ut palam est, veram rationem lateris quadrati interni ad diametrum seu diagonalem ignorat, quam D. Author propria authoritate determinat, & suæ definitioni ingerit; nihilominus tamen definitionem tanquam hypothesim accepto, licet non fuerit demonstrata. Et ne diu detinear, accepto etiam 2dam & 3tiam definitionem. ℞. 1mo. Euclides non dedit definitionem hujus quadrati, quia eo non habuit opus. 2do. Ex responso ad annotationem 3tiam patet definitionem hanc esse legitimam. 3tio. Circulo possunt inscribi, prout necessitas exigit, varia quadrata, quorum latera sunt ad diametrum ut numerus ad numerum, quæ tamen omnia differunt à quadrato inscripto Euclidis, quod est subduplum quadrati diametri, & cujus latus est diametro incommensurabile: consequenter lineis tantùm repræsentari, non autem numeris exprimi potest.

Theorema I. Lunula Hippocratis est $\sqsupset$ Triangulo &c. Refutatio. Ad demonstrationem hujus Theor. respondeo C. M. & N. min. & consequentiam cum omnibus illatis, siquidem quadratum hypothenusæ non est $\sqsupset$ quadratis cathetorum; sed hæc majora sunt quadrato hypothenusæ. *Demonstratio.* Latus est in potentia quadratum; hinc quo majus vel minus est latus, eò etiam majus vel minus quadratum resultat; sed juxta propositionem 20 1mi Euclid. omnis NB. Trianguli, per consequens etiam rectanguli, 2 latera reliquo sunt majora quomodocunque assumpta: ergo etiam 2 laterum quadrata majora sunt quadrato reliqui: ergo quadrata Cathetorum majora sunt quadrato hypothenusæ. ℞. Per propositionem 47 lib. 1. Euclidis rigorosissimè demonstratur quadratum hypothenusæ esse $\sqsupset$ quadratis Cathetorum simul sumtorum; quoniam ea autem captum

D. Paro-

D. Parochi superare videtur; confido illum cogniturum esse errorem suum ex sequentibus: junctis ad angulum rectum 2bus lateribus, quorum alterum est 3, alterum 4 partium, deprehenditur ducta hypothenusa 5 partium. Jam verò summa Cathetorum $3+4=7$ est major hypothenusâ $=5$; nihilominus tamen quadrata priorum $9+16=25$ sunt $=$ quadrato hypothenusæ itidem $=25$, non autem majora. Ergo &c. Deinde D. Parochus inquit alibi.

Falsum est, quòd constitutis ad angulum rectum 2bus lateribus, quorum quadrata sunt æqualia 2bus semicirculis, ducta hypothenusa possit esse latus quadrati integro circulo æqualis, quia, uti in 1ma demonstratione hujus refutationis dictum est, 2 quadrata æqualia addita nunquam dant numerum quadratum: ergo etiam illa hypothenusa non potest esse radix pro latere quadrati circulo æqualis. ℞. Aliter sentiret D. Parochus, si nequiens percipere Theorema Pythagoricum, saltem problema de invenienda linea media proportionali inter 2 alias redderet sibi familiare, ope cujus radices surdæ, h. e. quæ numeris exprimi nequeunt, exactissimè extrahuntur. Sic summa 2 quadratorum æqualium $25+25$ est 50, ex qua certè radix in numeris perfectè extrahi nequit; at quoniam numerus 50. resolvi potest in factores 5 & 10; vel 2 & 25; erit linea media geometricè proportionalis inter lineas 5, & 10 partium radix seu latus x quadrati æqualis 2bus prioribus simul sumtis: nam cum hoc pacto $5:x$ sit $=x:10$; evidens est factum extremorum $5.10=50$ esse $=$ quadrato lineæ mediæ proportionalis xx. Ex his facile colligi potest, quid sit sentiendum de reliquo hujus scripti, quod una chartæ plagulâ continetur. Vix dici potest, quàm præclara opinio de Auctore ejus, hìc initiò fuerit concepta, qui fretus victoriâ, quam de me arbitrabatur se relaturum, per ternas epistolas jam in antecessum petiit literas Cambii pro proemio 50 nummorum aureorum (ducatorum) adipiscendo. Plurimorum animi exspectatione tenebantur maxima, cum tandem post longam temporis intercapedinem scriptum ejus huc transmissum revocavit nobis in memoriam hanc fabellam Phoedri: *Mons parturiebat gemitus immanes ciens, eratque in terris maxima exspectatio: at ille murem peperit.*

Tertium scriptum, quod D. Klokow Agrimensor Regius Stettinensis idiomate germanico in dimidia plagula chartæ huc misit, scatet quoque tot absurditatibus, ut non sit operæ pretium, de eo mentionem facere. Nihilominus tamen, ne D. Agrimensor, qui acceptæ refutationi videtur acquievisse, alibi conqueri possit propositum proemium 50 ducatorum sibi injustè fuisse denegatum; consultum duco, rationes ejus gravissimas scilicet judicio Lectorum exponere. *Etsi proclivior sim*, inquit D. Agrimensor, *ad suffragandum*, quàm ad refragandum, seu refutandum; tamen scriptum ipsum (nempe Methodus demonstrativa) postulat, ut hoc faciam, & illud non prætermittam. Mensurando itaque ope circini latus trianguli æqualis lunulæ, quod credit falsò esse quadratum internum,

num, deprehendit illud haudquaquam esse ad diametrum ut 3: 4. Quamobrem infert, definitionem 1mam *Methodi* esse falsam. Vid. annotationem 3tiam. Deinde credit, quòd perfecta circuli quadratura jàm ante 20 secula fuisset inventa, si possibile foret inter rationes diametri ad peripheriam = 7: 22; & 9: 28 numerum invenire parvum, qui tantum excederet rationem posteriorem, quantum ipse excederetur à priore; & comparando rationem 8: 25 cum 2bus prioribus affirmat, 9: 28 esse vicies octies & amplius magis defectivam, quàm 7: 22 est semel excessiva, & 8: 25 quidem paulò propius ad hanc accedere, nihilominus tamen esse quindecies & amplius magis defectivam, quàm 7: 22 est semel excessiva: id quod omne demonstrari potest. *Qui potest capere, capiat.* Postea citat proportiones, in quibus diameter est modo unius trillionis, modo $4\frac{6}{7}$ quadrillionum, modo unius undecillionis. Quidam ex recentissimis Geometris, subjungit ille deinde, tollit hanc stupendam prolixitatem numerorum illico ope unius billionis seu 13 tantùm notarum, & eo ipso consecutus est quadraturam circuli perfectissimam, quæ est unica vera, & qua assumta deprehenditur semicirculus retentis tantùm prioribus notis = 392715100; segmentum = 142715100; & lunula = 250000000. Dividendo segmentum per 9 prodit quotus $15857233\frac{1}{3}$; dividendo autem lunulam per 16, emergit quotus 15625000. Subtracto tandem quoto posteriore à priore, h. e. lunulâ à segmento, remanent $232233\frac{1}{3}$. Inde luculenter patet, inquit D. Agrimensor, rationem segmenti ad lunulam = 9: 16 esse falsam, quia per eam lunula evadit multò minor segmento. Tædet me diutius immorari hujusmodi nugis, quæ sunt potius commiserationе, quàm responso dignæ.

Non adduco hujusmodi argumenta frivola, ut Auctores eorum exponam ludibrio, sed ut monstrem, vetus præjudicium plus valere, quàm rationes evidentissimas, quia Viri illi his non satis trutinatis, nec habita notione clara & distincta de quadratura circuli hanc facili negotio crediderunt posse evertere. De realitate inventi mei semper quidem fui æque convictus ac de propria mea existentia; sed quòd alios ejus convincere nequiverim, id me memorem adagii: *Scire tuum nihil est, nisi te scire sciat alter*, reddidit summopere inquietum: hinc modos quæsivi varios, ut venirem in cognitionem objectionum, quæ contra me possent formari; sed fortuna non respondit votis meis: primus enim Virorum Magnorum, cui scripta mea communicavi, opposuit mihi rationem diametri ad peripheriam Ludolphinam seu Culenianam expressam 33 notis; 2dus Adriani Metii; 3tius Archimedis; 4tus tandem demonstrationem per sinus: id quod profectò reddidit me attonitum, siquidem jam ante 30 & aliquot annos novi, nullam harum rationum esse veram, ex quo sequitur meam cum nulla earum posse convenire. In scripto, cui titulus: *Journal de Politique, & de literature numero 16me Tome II à Bruxelles*, fuit facta mentio de quadratura circuli D. Durvie Parochi in Normannia

nia ante triennium publicata, qui ſtatuit rationem diametri ad peripheriam eſſe $= 567 : 1792 = 7 : 22\frac{10}{81}$; & licet ille glorietur per inveſtigationem hujus objecti ſe evaſiſſe in calculo tam perfectum, ut quidam Aromatarius eum Veneficum, & Architectus militaris diſcipulum diaboli vocaverint; tamen neminem Geometrarum latet, rationem præfatam eſſe falſam, ſiquidem eſt major quàm 7 : 22, cum tamen debeat eſſe paulò minor, ut Archimedes demonſtravit, & ſemper demonſtrari poteſt. Sed plura de his alio tempore. Quod reliquum eſt, eruditum Lectorem etiam atque etiam rogo, ut hæc reſponſa benigno obtutu honorare, æquamque de iis ferre ſententiam, nec non periclitari dignetur, an non detur modus inveniendi 2dam æquationem pro determinandis quantitatibus ſequentibus: Poſito ſegmento exceſſivo $= a$, & exceſſu ejus ſupra verum $= x$, erit ſegmentum verum $= a - x$; poſito porro ſegmento defectivo $= b$, & defectu ejus à vero $= y$, erit idem ſegmentum verum $= b + y$: hinc $a - x = b + y$, & $a - b = x + y$. Aſſumta itaque diametro $= 8$, reperitur $a - b$, conſequenter $x + y = \frac{16}{63}$; ex quo palam eſt, ſummam quamlibet exceſſus, & defectus eſſe ad lunulam ſegmentis reſpondentem ut 1 : 63. Deſideratur igitur 2da æquatio pro valore x, vel y inveniendo, qui à ſegmento exceſſivo ablatus, vel defectivo additus illico manifeſtaret ſegmentum verum. Interim ex demonſtrationibus numeri 6ti & aliis determinatur exceſſus x ad lunulam ut 1 : 112, & defectus y ad eandem ut 1 : 144